



## 基于有效应力法的单桩负摩阻力解析解

马 露, 王 坤, 陶思源, 程希莹, 常 山, 朱学敏

**Analytical solution for negative skin friction of single pile based on effective stress method**

MA Lu, WANG Kun, TAO Siyuan, CHENG Xiying, CHANG Shan, and ZHU Xuemin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202309049>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 考虑桩桩相互作用的双排支护桩受力变形分析

Analysis of forced deformation of double row support piles considering pile interaction

张玲, 朱幸仁, 欧强 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 72–80

#### 考虑土拱效应及中主应力影响的桩间挡板土压力计算方法

A calculation method of earth pressure on sheeting between two piles considering soil arching effect and intermediate principal stress

尤静霖, 王士杰, 王昊岚 水文地质工程地质. 2022, 49(5): 90–95

#### 抗滑桩应变特征与内力非线性研究

A study of the strain characteristics and internal force nonlinearity of anti-slide pile

任青阳, 赵梦园, 谢忠伟, 吴鑫培, 陈斌 水文地质工程地质. 2021, 48(2): 114–124

#### 考虑孔隙水微观赋存形态的非饱和粉土有效应力方程及其验证

An effective stress equation for unsaturated silt considering the microstructure of pore water and its verification

曾立峰, 邵龙潭, 牛庚, 郭晓霞 水文地质工程地质. 2022, 49(4): 37–46

#### 基于能量法的轴横向荷载作用下单桩受力变形分析

Deformation analysis of pile under combined axial and lateral loads by using the energy method

张玲, 陈金海, 欧强 水文地质工程地质. 2020, 47(5): 81–91

#### 考虑土参数自相关距离影响的单桩可靠性设计方法

Pile reliability design considering the influence of soil auto-correlation distance

刘超, 袁颖, 左朝晖, 宁志杰, 周爱红 水文地质工程地质. 2020, 47(3): 122–127



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: [10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202309049](https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202309049)

马露, 王坤, 陶思源, 等. 基于有效应力法的单桩负摩阻力解析解 [J]. 水文地质工程地质, 2024, 51(5): 79-86.  
MA Lu, WANG Kun, TAO Siyuan, et al. Analytical solution for negative skin friction of single pile based on effective stress method[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2024, 51(5): 79-86.

## 基于有效应力法的单桩负摩阻力解析解

马 露<sup>1</sup>, 王 坤<sup>2</sup>, 陶思源<sup>2</sup>, 程希莹<sup>1</sup>, 常 山<sup>1</sup>, 朱学敏<sup>1</sup>

(1. 安徽科技学院建筑学院, 安徽 蚌埠 233000; 2. 安徽水利开发有限公司, 安徽 蚌埠 233000)

**摘要:** 桩侧负摩阻力的计算方法尚未统一。为提高负摩阻力作用下竖向受荷单桩设计计算水平, 基于有效应力法确定桩侧摩阻力极限值, 分析桩土相对位移和桩身深度对桩侧摩阻力的影响, 进而建立了桩侧摩阻力非线性计算模型。根据发挥程度不同, 桩侧摩阻力分为弹性和塑性状态, 在弹性区间摩阻力与桩身深度呈二次函数关系, 在塑性区间摩阻力与桩身深度呈线性关系, 且斜率为负摩阻力系数与桩周土有效重度之积, 进而得到了相应桩段的摩阻力解析解。基于桩身轴力计算理论, 得到了桩侧摩阻力不同分布形态下桩轴力计算式。采用该模型计算分析不同实际工况, 并与实测数据进行对比, 验证了模型的可靠性、适用性和实用性。研究结果对充分发挥桩基础性能和提高桩基础设计水平具有显著的实用意义。

**关键词:** 桩土相互作用; 负摩阻力; 有效应力法; 解析解; 非线性关系

中图分类号: TU473.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2024)05-0079-08

## Analytical solution for negative skin friction of single pile based on effective stress method

MA Lu<sup>1</sup>, WANG Kun<sup>2</sup>, TAO Siyuan<sup>2</sup>, CHENG Xiyi<sup>1</sup>, CHANG Shan<sup>1</sup>, ZHU Xuemin<sup>1</sup>

(1. College of Architecture, Anhui Science and Technology University, Bengbu, Anhui 233000, China;

2. Anhui Water Resources Development Co. Ltd., Bengbu, Anhui 233000, China)

**Abstract:** The calculation method for negative skin friction of a single pile has not been unified yet. To improve the design and calculation level of the single pile under vertical load considering negative skin friction, the threshold limit value of pile skin friction was determined based on the effective stress method. The effects of relative displacement of pile-soil and pile depth on pile skin friction were analyzed, and a nonlinear calculation model for pile skin friction was established. The pile skin friction was divided into elastic and plastic states. In the elastic range, the friction is a quadratic function with the depth of the pile body; while in the plastic range, the friction is distributed linearly along the pile body, and the slope is the product of the effective weight of the soil around the pile and the negative friction coefficient. Consequently, the analytical solution of the pile skin friction for the corresponding pile section was acquired. Based on the theory of pile axial force calculation, a formula for calculating the axial force of a single pile under different distribution forms of pile lateral friction was obtained. The reliability, applicability, and practicality of this model were verified by measured data. Based on the calculated pile shaft axial force, the axial force of single pile with different distributions of skin friction was

收稿日期: 2023-09-21; 修订日期: 2023-12-08

投稿网址: [www.swdzgcdz.com](http://www.swdzgcdz.com)

基金项目: 安徽省教育厅高校优秀青年项目(gxyq2022052); 安徽省教育厅高校自然科学项目(2023AH040274; 2023AH051841); 安徽水利开发有限公司科研项目(KY2022-C55); 安徽省社会科学发展研究课题(2023KY008)

第一作者: 马露(1988—), 男, 博士, 副教授, 主要从事地基基础工程研究。E-mail: [mal@ahstu.edu.cn](mailto:mal@ahstu.edu.cn)

analyzed. This study has practical significance for fully utilizing the performance of pile foundations and improving the level of pile foundation design.

**Keywords:** pile-soil interaction; negative skin friction; effective stress method; analytical solution; nonlinear relationship

桩基础以其优越的承载性能和较强的场地适应性,在我国基建工程中广泛应用,尤其在地质不良区工程中非常常见,如沿海软土区和湿陷性黄土区,解决天然地基承载力不足的问题。同时,也常用于地质灾害防治,如沉埋桩边坡加固<sup>[1]</sup>、排水抗滑桩滑坡防治<sup>[2]</sup>、嵌固段顶部拓宽型抗滑桩边坡抗滑<sup>[3]</sup>、双排抗滑桩滑坡治理<sup>[4]</sup>。为了保证工程的安全和建设经济的合理,如何充分利用桩基础承载性能一直是学术研究热点。在设计桩基础的性能参数时,应全面考虑外部荷载的作用。首先,在软土区和新近填土区的桩基础设计中,由于深厚土体的固结沉降,桩体会受到方向向下的侧摩力作用,增加了桩体的竖向荷载,严重影响工程的安全性和桩基承载性能。其次,杨逾等<sup>[5]</sup>对湿陷性黄土区桩基础的研究发现,负摩阻力在施工结束后相当长一段时间内仍然存在,具有作用时间久的特点,显著增加了桩顶沉降量,降低桩基础承载性能。

因此,新近填土和软土地区桩侧负摩阻力问题是桩基础的重要研究方向之一,国内外学者都对其进行了较为广泛的研究。在桩侧负摩阻力计算方法方面:吴爽爽等<sup>[6]</sup>在已有研究基础上,结合桩身应变与土体位移实测数据,提出了桩-土剪切位移量的计算方法,但过程比较复杂,难以推广应用;张晓健等<sup>[7]</sup>、闫小旗等<sup>[8]</sup>基于太沙基固结理论,分别从桩型和固结效应角度探讨了负摩阻力的作用机理,并提出桩侧负摩阻力计算方法。在桩土相互作用机理研究方面:夏力农等<sup>[9-10]</sup>采用试验与数值模拟方法,研究了带承台单桩的负摩阻力时间效应和变化机制,对考虑负摩阻力的群桩设计具有重要的参考意义。Kong 等<sup>[11]</sup>基于 FLAC<sup>3D</sup>对扩底楔形桩与常规桩负摩阻力的差异性进行了研究,发现楔形桩可以显著改善负摩阻力的负面影响,提出了从桩型设计上降低负摩阻力影响的方法;冯忠居等<sup>[12]</sup>通过大型剪切试验,研究了土体含水率和桩土接触面性质对侧摩阻力发挥的作用,提出了消减负摩阻力的可行方法。在研究方法方面,叶观宝等<sup>[13]</sup>结合大面积填土场现场试验,建立单桩有限元分析模型,认为场地形成因素对负摩阻力效应影响最大;Indraratna 等<sup>[14]</sup>开展现场试验分析桩侧负摩阻力的分布及对桩体承载力的影响;Liu 等<sup>[15]</sup>进一步利用

Abaqus 建模分析了不同因素对桩基负摩阻力发挥的影响,用有效应力法计算负摩阻力极限值,研究结果与现场实测数据吻合度较高。

但是,目前常用的桩基负摩阻力计算方法是通过复杂的公式计算获得,涉及参数较多、且较难获取,阻碍了相关计算理论的推广应用。马露等<sup>[16]</sup>利用有效应力法对单桩负摩阻力进行了计算分析,提出了较为简单的计算公式,但对负摩阻力弹性区的假设过于简单,未考虑负摩阻力发挥与相对位移的深层关系;马学宁等<sup>[17]</sup>开展了一系列现场堆载试验,研究不同堆载形式下,群桩负摩阻力的变化规律,发现桩侧摩阻力沿深度的分布并不是直线型,而是曲线型。

本文基于有效应力法确定单桩负摩阻力极限值,结合桩摩阻力发挥机理,分析不同桩身处桩侧摩阻力的变化规律,进而提出适用于沿桩身不同区段桩侧摩阻力的计算方法,根据桩侧摩阻力发挥程度不同,推导出桩侧摩阻力不同发挥程度下,沿桩身不同深度处位移及轴力的解析解,计算方法简易。

## 1 基于有效应力法的单桩负摩阻力计算

### 1.1 有效应力法

有效应力法是分析桩基负摩阻力的常用方法之一,最早由 Johannessen 等人提出<sup>[16]</sup>:

$$f_m = \beta \sigma'_v \quad (1)$$

式中: $f_m$ ——单位深度的负摩阻力极限值/kPa;

$\beta$ ——负摩阻力系数;

$\sigma'_v$ ——桩侧土体竖向有效应力/kPa。

$\beta$ 值与桩型、土体性质、时间效应等因素有关,常用经验公式如下<sup>[15]</sup>:

正常固结土,

$$\beta = (1 - \sin\varphi') \tan\delta \quad (2)$$

超固结土,

$$\beta = (1 - \sin\varphi') OCR^{0.5} \tan\delta \quad (3)$$

式中:  $\varphi'$ ——桩周土有效内摩擦角/(°);

$\delta$ ——桩土接触面摩擦角/(°);

$OCR$ ——超固结比。

对于不同土体,  $\beta$  的常用取值如表 1 所示。

表 1 负摩阻力系数  $\beta$  取值范围

Table 1 Value range of negative skin friction coefficient  $\beta$

土质	$\beta$
黏土	0.20 ~ 0.25
粉土	0.25 ~ 0.35
砂土	0.35 ~ 0.50

经过简单变换, 式(1)可写为:

$$f_m = \beta \sigma'_v = \beta \gamma' z \quad (4)$$

式中:  $\gamma'$  —— 桩周土有效重度/(kN·m<sup>-3</sup>);

$z$  —— 沿桩深度/m。

令  $\theta = \beta \gamma'$ , 则:

$$f_m = \theta z \quad (5)$$

本文用式(5)计算桩身沿深度方向的负摩阻力极限值。

## 1.2 负摩阻力计算模型

桩-土相对移动产生桩侧摩阻力, 是桩体承受荷载的一部分。在地质条件良好地区, 桩体受竖向荷载作用产生压缩, 桩-土间的相对滑动使桩受到土体的竖向约束, 产生方向向上的正摩阻力; 相反, 若在桩体受荷压缩的过程中, 土体由于荷载或固结等原因也在沉降, 且土体沉降量大于桩体压缩量, 桩-土间的相对滑动使桩受到土体的向下拖拽力, 产生方向向下的负摩阻力, 此时的桩体受力和变形都将增大。桩土间相对位移产生负摩阻力示意图见图 1。

图 1 中, 桩体在未固结土中的长度为  $l$ , 嵌入固结土中深度为  $h$ , 在外力作用下弹性变形的桩体会压缩变形, 桩顶压缩量为  $S_p$ , 位于固结土表面的桩体压缩量为  $S_{pl}$ , 未固结土体的地表沉降量为  $S_s$ , 底部沉降为 0, 深度  $a$  处的桩-土相对位移为  $u_m$ (后文将详细介绍), 桩-土相对位移为 0 的中性点位于深度  $r$  处。

已有研究结果表明, 桩-土间的相对位移是负摩阻力发挥的重要影响因素, 两者之间的关系可以通过数学模型表达, 如陈仁朋等<sup>[18]</sup>, Chen 等<sup>[19]</sup>采用的双曲线模型和马露等<sup>[16]</sup>使用的理想弹塑性模型。从模型的适用性和推广性方面考虑, 理想弹塑性模型模拟桩侧摩阻力( $f$ )与桩-土相对位移( $u$ )的关系是满足实际工程需要的<sup>[20]</sup>。值得注意的是, 这里弹塑性模型的桩-土接触面摩阻力系数( $k$ )随深度( $z$ )变化, 桩端土因被压缩而产生的承载力( $P$ )与压缩量( $y$ )同样符合理想弹塑性模型, 见图 2。图 2 中  $E_s$  为桩端土压缩模量,  $y_m$ 、 $P_m$  为桩侧摩阻力达到极限值时的桩端土压缩量、承

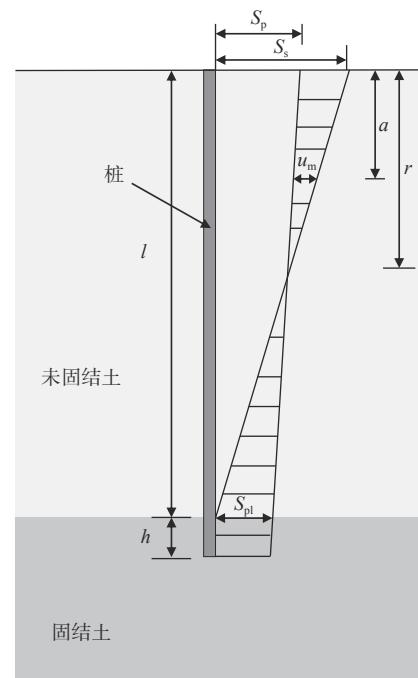


图 1 桩土相对位移示意图

Fig. 1 Relative displacement of pile and soil

载力,  $u_m$  为桩侧摩阻力达到极限值时的桩-土相对沉降值, 一般取为 5 mm<sup>[15]</sup>。

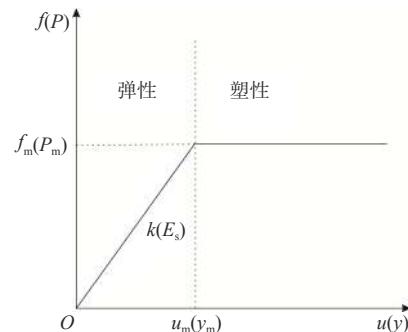


图 2 理想弹塑性模型

Fig. 2 Elastic-perfectly plastic model

由前文所述可知, 弹性阶段桩侧摩阻力系数  $k = f_m/u_m$ , 结合式(5)可得弹性阶段桩侧摩阻力计算式:

$$f = ku(z) = \frac{f_m}{u_m} u(z) = \frac{\theta z}{u_m} u(z) \quad (6)$$

式中:  $u(z)$  —— 桩-土相对位移/mm, 为深度  $z$  的线性函数。

由图 1 中所示几何关系可得:

$$u(z) = \frac{u_0}{r} z - u_0 \quad (7)$$

式中:  $u_0$  —— 地面处桩-土相对位移/mm。

由式(6)(7)可得负摩阻力弹性阶段的最终计算式:

$$f = \frac{u_0}{u_m} \theta \left( \frac{1}{r} z^2 - z \right) \quad (8)$$

根据上式可知,在该计算模型中桩-土相对位移未达到极限值时,桩侧摩阻力的分布为二次抛物线形。

## 2 工况分析

桩-土相对位移  $u(z)$  直接影响桩侧摩阻力值。由前文所述可知,当  $u(z) < u_m$  时,桩侧摩阻力处于弹性阶段,由式(8)计算对应桩段的摩阻力;当  $u(z) > u_m$  时,桩侧摩阻力达到极限值,由式(5)计算对应桩段的摩阻力。桩-土相对位移沿桩身的分布,分为 2 种工况:弹性阶段和塑性阶段。为简化计算,下文中提到的桩端均指图 1 中深度为  $l$  处的桩体,嵌固段桩体所获得的承载力假设为桩端土因压缩  $S_{pl}$  而提供的支撑力  $P$ 。

### 2.1 桩端摩阻力为弹性阶段工况

当桩体的压缩量较小,在桩端处桩-土相对位移未达到  $u_m$  时,桩端处的正摩阻力未达到极限值、变形处于弹性阶段,如图 3 所示。

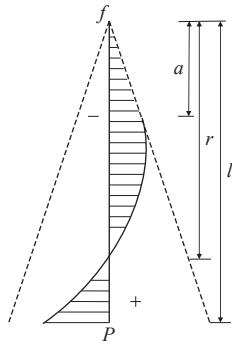


图 3 桩端侧摩阻力为弹性阶段

Fig. 3 Skin friction of pile bottom is elastic stage

根据前文所述:

(1) 当  $0 < z \leq a$  时,桩体受到负摩阻力作用,且负摩阻力达到极限值,由式(5)计算;

(2) 当  $a < z \leq r$  时,桩体仍受到负摩阻力作用,但由于桩-土位移小于  $u_m$ ,所以负摩阻力由弹性公式计算;

$$S_p(z) = \begin{cases} -\frac{C\theta}{6EA}z^3 + S_{p0} & 0 < z \ll a \\ -\frac{C\theta u_0}{EAu_m} \left[ \frac{z^4}{12r} - \frac{z^3}{6} + \left( \frac{u_0 - u_m}{2u_0} a^2 - \frac{a^3}{3r} \right) z - \frac{u_0 + u_m}{3u_0} a^3 - \frac{a^4}{12r} \right] + S_{p0} & a < z \ll l \end{cases}$$

式中:  $S_{p0}$ ——桩顶沉降值/mm;

综合式(13)(15)(16),得桩身轴力计算方程组:

$$P(z) = \begin{cases} \frac{C\theta}{2}z^2 & 0 < z \ll a \\ -\frac{C\theta u_0}{u_m} \left( \frac{z^3}{3r} - \frac{z^2}{2} + \frac{u_0 - u_m}{2u_0} a^2 - \frac{a^3}{3r} \right) & a < z \ll l \end{cases} \quad (13)$$

(3) 当  $r < z \leq l$  时,桩-土相对位移发生翻转,桩体压缩量大于土体沉降量,桩体受到正摩阻力的作用,正摩阻力大小由弹性公式计算。

首先分析桩侧摩阻力分布特征。桩-土体系的相对位移关系和力学平衡方程如下:

$$\begin{cases} \frac{S_{pl}}{l-r} = \frac{u_m}{r-a} \\ \frac{u_0}{r} = \frac{S_{pl}}{l-r} \\ \frac{1}{2}C\theta ra^2 + \int_a^r \frac{u_0}{u_m} \theta \left( \frac{1}{r}z^2 - z \right) dz = \int_r^l \frac{u_0}{u_m} \theta \left( \frac{1}{r}z^2 - z \right) dz + P \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $C$ ——桩身周长/m。

由上式推导得:

$$\begin{cases} a = \frac{u_0 - u_m}{u_0 + S_{pl}} l \\ r = \frac{u_0}{u_0 + S_{pl}} l \\ 6Pu_m = \theta [10r^3 - 3(a^2 + r^2)r - 2(a^3 + l^3)]u_0 + 3C\theta u_m ra^2 \end{cases} \quad (10)$$

在实际工程中,利用仪器设备比较容易获取土体表面沉降和桩顶、桩端压缩量,代入式(10)即可求出负摩阻力塑性范围  $a$  和中性点的深度  $r$ 。

该工况下桩身位移和轴力的求解过程如下。桩体承受负摩阻力作用,桩体沉降和轴力控制方程为:

$$\begin{cases} \frac{d^2S_p}{dz^2} = C \frac{f}{EA} \\ P(z) = EA \frac{dS_p}{dz} \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $E$ ——桩体压缩模量/MPa;

$A$ ——桩截面积/m<sup>2</sup>。

由图 3 可知,根据桩侧摩阻力发挥的程度不同,沿桩身分为塑性区和弹性区,分别求解桩体沉降和轴力值。

基于桩体沉降和轴力的连续性,得桩体沉降位移计算方程组:

$$0 < z \ll a \quad (12)$$

### 2.2 桩端摩阻力为塑性阶段工况

桩体的压缩量较大,在桩端处桩土相对位移超过  $u_m$ ,桩-土产生明显的相对位移,正摩阻力达到极限值,桩端处于塑性阶段,如图 4 所示。

该工况与前一工况不同之处为距桩端  $b$  深度范围内,桩侧摩阻力均达到极限值,其值由式(5)计算,桩

身摩阻力分为 4 部分: 负摩阻力塑性区、负摩阻力弹性区、正摩阻力弹性区、正摩阻力塑性区。

$$\begin{cases} \frac{S_{pl}}{l-r} = \frac{u_m}{l-r-b} \\ \frac{u_0}{r} = \frac{S_{pl}}{l-r} \\ \frac{1}{2}C\theta a^2 + \int_a^r \frac{u_0}{u_m} \theta \left( \frac{1}{r}z^2 - z \right) dz = \int_r^{l-b} \frac{u_0}{u_m} \theta \left( \frac{1}{r}z^2 - z \right) dz + \frac{1}{2}C\theta(2l-b) + P \end{cases} \quad (14)$$

由上式推导得:

$$\begin{cases} a = \frac{u_0 - u_m}{u_0 + S_{pl}} l \\ r = \frac{u_0}{u_0 + S_{pl}} l \\ b = l - \frac{ar}{2a-r} \end{cases} \quad (15)$$

由 2.1 求解过程可知, 当  $0 < z \ll a$  与  $a < z \ll l-b$  时, 桩体沉降与轴力的计算公式(12)(13)保持不变, 经计算推导  $l-b < z \ll l$  时的对应表达式。

综上得桩体沉降位移计算方程组:

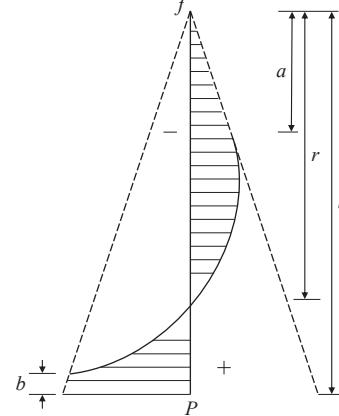


图 4 桩端摩阻力为塑性阶段

Fig. 4 Skin friction of pile bottom is plastic stage

$$S_p(z) = \begin{cases} -\frac{C\theta}{6EA}z^3 + S_{p0} & 0 < z \ll a \\ -\frac{C\theta u_0}{EAu_m} \left[ \frac{z^4}{12r} - \frac{z^3}{6} + \left( \frac{u_0 - u_m}{2u_0} a^2 - \frac{a^3}{3r} \right) z - \frac{u_0 + u_m}{3u_0} a^3 - \frac{a^4}{12r} \right] + S_{p0} & a < z \ll l-b \\ -\frac{C\theta}{6EA} (z^3 - l^3) + \left( \frac{C\theta}{2} l^2 + P \right) (z - l) + S_{pl} & l-b < z \ll l \end{cases} \quad (16)$$

桩身轴力计算方程组:

$$P(z) = \begin{cases} \frac{C\theta}{2} z^2 & 0 < z \ll a \\ -\frac{C\theta u_0}{u_m} \left( \frac{z^3}{3r} - \frac{z^2}{2} + \frac{u_0 - u_m}{2u_0} a^2 - \frac{a^3}{3r} \right) & a < z \ll l-b \\ -\frac{C\theta}{2} (z^2 - l^2) + P & l-b < z \ll l \end{cases} \quad (17)$$

以上方程在实际使用中所涉及的参数均较容易获得。在没有实测数据的情况下, 可根据当地工程经验取值。

### 3 算例验证

为验证本文算法的正确性, 对文献 [14] 中的实际工程单桩进行计算分析, 并与实测数据对比。该文献中的实例也被文献 [15] 所采用。工程位于泰国曼谷, 地层自上而下依次为 2~4 m 厚的完全黏土层、16 m 厚的软土层、6~8 m 厚的中等硬度黏土层。地下水位

同理可得如下平衡方程组:

为地下 0.5 m, 土层及桩体参数如表 2 和表 3 所示。

表 2 土层参数

参数	z/m	土体重度/(kN·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/MPa	泊松比	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)
取值	0~4	17	4.90	0.2	3.0	26
	<4~10	17	4.90	0.2	5.9	25
	<10~20	17	4.90	0.2	14.7	25
	>20	17	6.37	0.2	5.9	23

表 3 桩体参数

参数	桩长/m	桩径/m	桩体重度/(kN·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/MPa	泊松比
取值	25	0.5	17	30 000	0.25

现场试验桩分为两种, 一种是常规单桩, 另一种是表面被涂抹了沥青的单桩。由于沥青会降低桩-土界面摩擦力, 所以这种工况下桩侧摩阻力系数  $\beta$  取值为 0.1, 低于正常经验取值范围。地表桩-土相对位移 8 mm, 桩底沉降为 4 mm。因此, 该桩桩端侧摩阻力为弹性阶段, 利用式(10)可计算出  $a = 6.25$  m,  $r =$

16.67 m; 对于正常柱体, 柱侧摩阻力系数 $\beta$ 取值为 0.25, 地表桩-土相对位移为 12 mm, 桩底沉降为 5 mm, 利用式(10)可计算出  $a = 10.29$  m,  $r = 17.65$  m。2 种不同柱侧摩阻力分布的本文计算值与现场试验值和数值模拟值对比, 如图 5 所示。

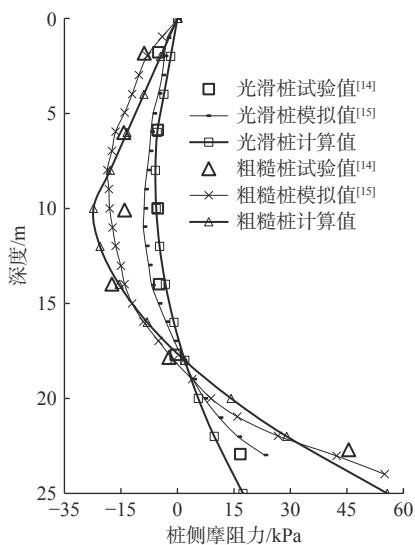


图 5 2 种柱侧摩阻力计算值与试验值和模拟值对比  
Fig. 5 Values of calculation and tests and simulations

从图 5 可以看出, 本文理论计算值与现场试验值、数值模拟值整体吻合度较好; 对于光滑桩的柱侧摩阻力, 计算值与试验值的吻合度比模拟值更高。这表明, 对于该工况下的柱体侧摩阻力计算, 本文方法是可靠有效的。对于粗糙桩的摩阻力计算, 本文计算值与试验值、模拟值趋势基本一致, 在负摩阻力的塑性区理论计算值略小。

经分析认为, 计算值与试验值出现差异的原因在于: 柱侧摩阻力系数 $\beta$ 的经验取值偏于保守, 对柱侧摩阻力极限值的估计不足, 导致按经验最高取值计算的结果仍然小于试验值, 但偏保守的经验取值对工程桩的设计来说是安全的。从工程应用的角度来看, 本文提出的柱侧摩阻力计算方法是可靠的, 可用于柱侧摩阻力的评估与分析。

前文算例均为均质土, 为验证本文算法对多层土的适用性, 以文献 [21] 中的实际工程单桩为算例, 该单桩试验数据也被文献 [16] 所引用, 以现场试验数据为基准, 验证本文所提计算模型计算值的准确性。该计算方法在应用于多层土场地时, 计算公式要加以变换; 尤其是竖向有效应力准确求解时不同土层的界面都是摩阻力计算的天然分段面。试验场地为滩涂回填区, 厚度 8 m 以上, 现场共进行 2 组冲击成孔灌注桩

负摩阻力试验。本文选取直径  $D=1 000$  mm、长度  $l=37.1$  m、进入微风化岩以下深度为 5 m 的试桩为计算对象, 场地土层情况见表 4。

表 4 土层物理力学参数  
Table 4 Physical and mechanical parameter of soil

土层	厚度/m	重度/(kN·m <sup>-3</sup> )	弹性模量/MPa	摩阻力系数
素填土	6.0	16.50		0.37~0.39
淤泥	4.9	15.74	1.26	0.25~0.27
粉质黏土	3.0	19.10	6.84	0.33~0.36
粉质黏土混砂砾	9.5	19.03	7.12	0.05~0.10
碎石混黏土	9.5	19.05	9.60	0.10
全风化凝灰岩	2.0	22.50		
微风化凝灰岩	4.0	24.00		
中风化凝灰岩	1.0	25.90		

以试验堆载 75 d 后的试桩承载特性为对象。根据现场监测数据可知, 地表桩-土相对沉降为 59 mm, 桩底沉降为 5 mm, 18 m 以下土层沉降值接近于 0, 可视为固结土层。因此, 本文桩体有效计算长度为 18 m。由式(15)计算可得柱侧负摩阻力塑性区深度和中性点位置:  $a=15.1$  m,  $r=16.6$  m。由于土层侧摩阻力系数和摩阻力发挥程度不同, 柱身轴力共分为 6 段计算, 嵌固段柱身侧摩阻力按轴力连续性和竖向力平衡原则求解, 模型计算结果与实测值对比, 见图 6。

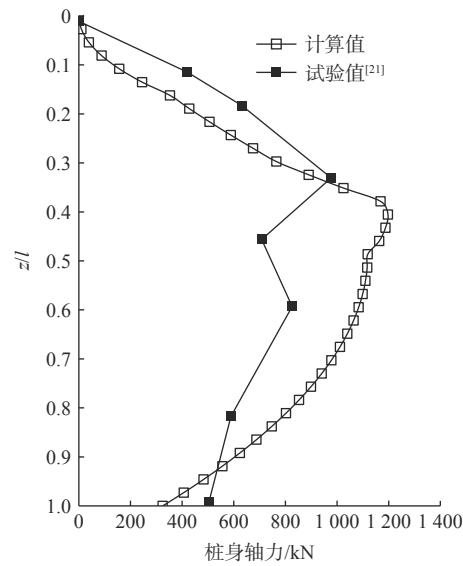


图 6 桩身轴力计算值与实测值对比  
Fig. 6 Comparison of the values of calculation and test

图 6 中柱身轴力计算最大值为 1 197 kN、中性点为 16 m, 实测结果轴力最大值为 978.5 kN、中性点位置为 13.5 m。实测柱身轴力在 15~20 m 处出现突然减小的情况, 文献 [21] 分析认为是灌注桩施工过程中

发生了扩颈现象, 桩身截面积增大, 导致应力较小。本文计算结果与实测数据较吻合, 嵌固段桩身轴力较大, 这是由于在计算嵌固段桩身摩阻力时摩阻力系数按经验取值, 数值偏小。

#### 4 结论

(1) 基于有效应力法分析桩侧摩阻力的分布特征, 对不同摩阻力分布形态下的单桩桩身沉降及轴力进行计算公式推导, 考虑有效应力、桩侧摩阻力发挥程度和摩阻力系数与桩身深度的关系, 桩侧摩阻力分为弹性和塑性状态, 在弹性区间摩阻力值是桩身深度的二次函数。

(2) 不同负摩阻力作用下, 桩侧摩阻力呈现出不同的分布形态, 分别针对弹性阶段和塑性阶段 2 种工况, 推导得到了桩身沉降及轴力解析解。

(3) 以文献中实际单桩工程为计算实例, 采用本文计算方法求解了桩侧摩阻力分布, 计算结果比数值模拟结果更加符合实际, 并且多层土场地单桩的桩身轴力计算结果与实测值吻合度较高, 本文计算方法的合理性和可靠性得到了验证。

#### 参考文献 (References) :

- [ 1 ] 闫玉平. 越顶破坏模式下沉埋桩受荷段及沉埋段推力算法 [J]. 水文地质工程地质, 2023, 50(3): 76 – 84. [ YAN Yuping. Calculation method of thrust force of the embedded stabilizing piles under the overtop-sliding failure mode [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2023, 50(3): 76 – 84. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 2 ] 王文沛, 殷跃平, 王立朝, 等. 排水抗滑桩技术研究现状及展望 [J]. 水文地质工程地质, 2023, 50(2): 73 – 83. [ WANG Wenpei, YIN Yueping, WANG Lichao, et al. Studies on status and prospects of anti-slide shaft technology [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2023, 50(2): 73 – 83. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 3 ] 邓时容, 肖世国. 嵌固段顶部拓宽型抗滑桩计算方法 [J]. 中国地质灾害与防治学报, 2022, 33(4): 84 – 91. [ DENG Shirong, XIAO Shiguo. Calculation method of stabilizing piles with broadened top at the built-in section [J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2022, 33(4): 84 – 91. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 4 ] 闫玉平, 肖世国. 双排抗滑桩加固滑坡的前桩后侧推力算法 [J]. 水文地质工程地质, 2021, 48(4): 55 – 63. [ YAN Yuping, XIAO Shiguo. A calculation method for thrust on the fore piles of double-row stabilizing piles used to reinforce landslides [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2021, 48(4): 55 – 63. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 5 ] 杨逾, 孔美婷, 崔雄飞. 湿陷性黄土中单桩负摩阻力时效性研究 [J]. 力学季刊, 2019, 40(2): 384 – 391. [ YANG Yu, KONG Meiting, CUI Xiongfei. Study on the time of negative skin friction of single pile in collapsible loess [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2019, 40(2): 384 – 391. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 6 ] 吴爽爽, 胡新丽, 章涵, 等. 嵌岩桩负摩阻力现场试验与计算方法研究 [J]. 岩土力学, 2019, 40(9): 3610 – 3617. [ WU Shuangshuang, HU Xinli, ZHANG Han, et al. Field test and calculation method of negative skin friction of rock-socketed piles [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(9): 3610 – 3617. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 7 ] 张晓健, 刘汉龙, 费康, 等. PCC 桩负摩阻力作用机理初探 [J]. 岩土力学, 2005, 26(增刊 1): 91 – 94. [ ZHANGXiaojian, LIU Hanlong, FEI Kang, et al. Study on mechanism for negative skin friction of cast-in-situ concrete thin-wall pipe pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(Sup 1): 91 – 94. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 8 ] 闫小旗, 胡瑞庚, 时伟, 等. 考虑固结效应的高填方夯实地基桩侧负摩阻力计算方法 [J]. 重庆大学学报, 2019, 42(7): 42 – 53. [ YAN Xiaoqi, HU Ruigeng, SHI Wei, et al. Study of calculation of negative skin friction on piles in high filled embankment after dynamic compaction considering consolidation effect [J]. Journal of Chongqing University, 2019, 42(7): 42 – 53. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 9 ] 夏力农, 柳红霞, 欧名贤. 垂直受荷桩负摩阻力时间效应的试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(6): 1177 – 1182. [ XIA Linong, LIU Hongxia, OU Mingxian. Experimental research on time effects of negative skin friction behaviors of vertical-loaded piles [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(6): 1177 – 1182. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 10 ] 夏力农, 苗云东, 谈铁强. 带承台群桩负摩阻力性状的三维有限元分析 [J]. 岩土力学, 2012, 33(3): 887 – 891. [ XIA Linong, MIAO Yundong, TAN Tieqiang.

- Three-dimensional finite element analysis of negative skin friction behaviors in pile groups with cap[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, 33(3): 887 – 891. (in Chinese with English abstract) ]
- [11] KONG Gangqiang, ZHOU Hang, LIU Hanlong, et al. A simplified approach for negative skin friction calculation of special-shaped pile considering pile-soil interaction under surcharge[J]. *Journal of Central South University*, 2014, 21(9): 3648 – 3655.
- [12] 冯忠居, 胡海波, 董芸秀, 等. 削减桩基负摩阻力的室内模拟试验 [J]. *岩土工程学报*, 2019, 41(增刊 2): 45 – 48. [ FENG Zhongju, HU Haibo, DONG Yunxiu, et al. Indoor simulation tests on reducing negative skin friction of pile foundation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 41(Sup 2): 45 – 48. (in Chinese with English abstract) ]
- [13] 叶观宝, 郑文强, 张振. 大面积填土场地中摩擦型桩负摩阻力分布特性研究 [J]. *岩土力学*, 2019, 40(增刊 1): 440 – 448. [ YE Guanbao, ZHENG Wenqiang, ZHANG Zhen. Investigation on distribution of negative friction of frictional piles in large filling sites[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, 40(Sup 1): 440 – 448. (in Chinese with English abstract) ]
- [14] INDRARATNA B, BALASUBRAMANIAM A S, PHAMVAN P, et al. Development of negative skin friction on driven piles in soft Bangkok clay[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1992, 29(3): 393 – 404.
- [15] LIU Jinyuan, GAO Hongmei, LIU Hanlong. Finite element analyses of negative skin friction on a single pile[J]. *Acta Geotechnica*, 2012, 7(3): 239 – 252.
- [16] 马露, 王钰轲, 于敏, 等. 基于有效应力法的单桩负摩阻力计算 [J]. *水文地质工程地质*, 2017, 44(1): 71 – 77. [ MA Lu, WANG Yuke, YU Min, et al. Calculation of negative skin friction of pile based on effective stress method[J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2017, 44(1): 71 – 77. (in Chinese with English abstract) ]
- [17] 马学宁, 付江, 王军, 等. 不同堆载形式对群桩负摩阻力的影响 [J]. *岩土力学*, 2018, 39(10): 3531 – 3538. [ MA Xuening, FU Jiang, WANG Jun, et al. Effect of different surcharge loading forms on negative skin friction of pile groups[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(10): 3531 – 3538. (in Chinese with English abstract) ]
- [18] 陈仁朋, 周万欢, 曹卫平, 等. 改进的桩土界面荷载传递双曲线模型及其在单桩负摩阻力时间效应研究中的应用 [J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(6): 824 – 830. [ CHEN Renpeng, ZHOU Wanhan, CAO Weiping, et al. Improved hyperbolic model of load-transfer for pile-soil interface and its application in study of negative friction of single piles considering time effect[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(6): 824 – 830. (in Chinese with English abstract) ]
- [19] CHEN R P, ZHOU W H, CHEN Y M. Influences of soil consolidation and pile load on the development of negative skin friction of a pile[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(8): 1265 – 1271.
- [20] LEE C J, BOLTON M D, AL-TABBAA A. Numerical modelling of group effects on the distribution of dragloads in pile foundations[J]. *Géotechnique*, 2002, 52(5): 325 – 335.
- [21] 李玲玲, 王立忠, 邢月龙. 大直径钻孔灌注桩负摩阻力试验研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(3): 583 – 590. [ LI Lingling, WANG Lizhong, XING Yuelong. Experimental research on negative skin friction of large-diameter bored piles[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(3): 583 – 590. (in Chinese with English abstract) ]

编辑: 刘真真